

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	1. Rezultatul calculului $52 - 2 \cdot (25 - 5)$ este: a) 12 b) 92 c) 100 d) 1000
5p	2. Dacă $\frac{x-2}{5} = \frac{y}{3}$, atunci rezultatul calculului $3x - 5y$ este: a) 0 b) 2 c) 5 d) 6
5p	3. Se consideră mulțimile $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ și $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$. Intersecția mulțimilor A și B este mulțimea: a) $\{0, 2, 4, 6, 8\}$ b) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$ c) $\{2, 4, 6\}$ d) $\{0, 2, 4, 6\}$
5p	4. Mulțimea soluțiilor reale ale inecuației $2x + 2 \geq 4$ este: a) $(-\infty, -1]$ b) $(-\infty, 1]$ c) $[-1, +\infty)$ d) $[1, +\infty)$

- 5p 5. Patru elevi, Ana, Ioan, Dana și Vlad determină numărul $a = |2 - 4\sqrt{3}| + 2(\sqrt{12} + 1)$. Rezultatele obținute de cei patru elevi sunt prezentate în tabelul de mai jos:

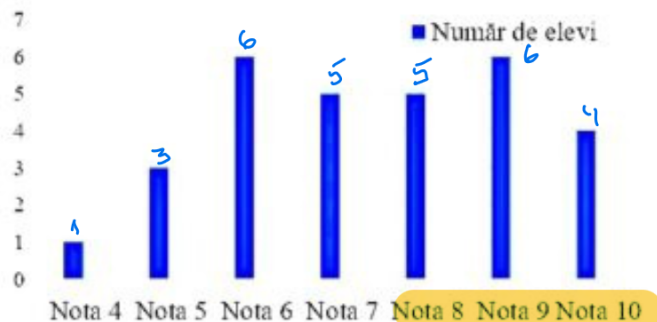
Ana	Ioan	Dana	Vlad
0	4	$4\sqrt{3}$	$8\sqrt{3}$

Conform informațiilor din tabel, elevul care a determinat corect numărul a este:

- a) Ana
b) Ioan
c) Dana
d) Vlad

$$a = 4\sqrt{3} - 2 + 2\sqrt{12} + 2 = 4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

- 5p 6. În diagrama de mai jos sunt prezentate rezultatele obținute de elevii unei clase, la un test de matematică.



Afirmația: „Conform informațiilor din diagramă, jumătate din numărul elevilor acestei clase a obținut la testul de matematică cel puțin nota 8.” este:

- a) adevărată
b) falsă

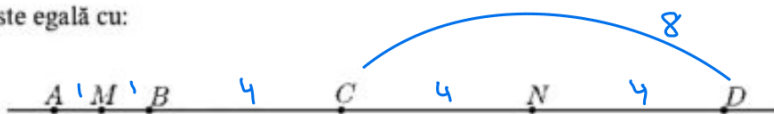
SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

- 5p 1. În figura alăturată punctele A , B , C și D sunt coliniare, în această ordine, astfel încât $BC = 2AB$, $CD = 2BC$ și $AB = 2$ cm. Punctul M este mijlocul segmentului AB și punctul N este mijlocul segmentului CD . Lungimea segmentului MN este egală cu:

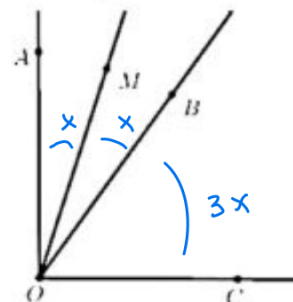
- a) 4 cm
b) 5 cm
c) 7 cm
d) 9 cm



- 5p 2. În figura alăturată sunt reprezentate unghiurile adiacente complementare AOB și BOC . Semidreapta OM este bisectoarea unghiului AOB și $\angle BOC = 3 \cdot \angle AOM$. Măsura unghiului AOB este egală cu:

- a) 18°
b) 36°
c) 40°
d) 54°

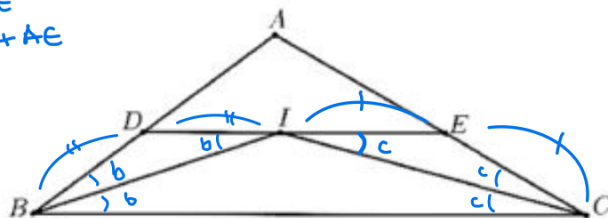
$$\begin{aligned} 5x &= 90^\circ \\ x &= 18^\circ \\ \angle AOB &= 36^\circ \end{aligned}$$



- 5p 3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC cu $AB=10\text{cm}$ și $AC=12\text{cm}$. Semidreapta BI este bisectoarea unghiului ABC și semidreapta CI este bisectoarea unghiului ACB . Paralela prin punctul I la dreapta BC intersectează dreptele AB și AC în punctele D , respectiv E . Perimetrul triunghiului ADE este egal cu:

$$\begin{aligned} P_{\triangle ADE} &= AD + DI + IE + AE \\ &= AD + DB + EC + AE \\ &= AB + AC \\ &= 22 \end{aligned}$$

- a) 11cm
b) 20cm
c) 22cm
d) 24cm

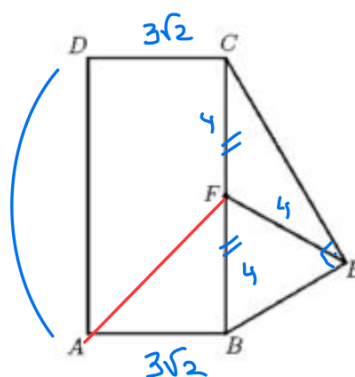


- 5p 4. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$, cu $AB=3\sqrt{2}\text{cm}$ și triunghiul BEC dreptunghic în E . Punctul F este mijlocul segmentului BC și $EF=4\text{cm}$.

Aria trapezului $AFCD$ este egală cu:

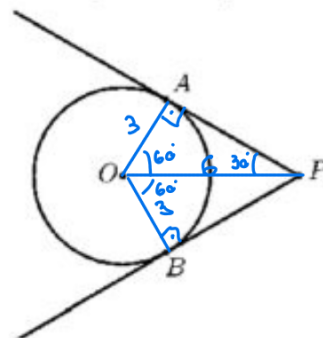
- a) $6\sqrt{2}\text{cm}^2$
b) $12\sqrt{2}\text{cm}^2$
c) $18\sqrt{2}\text{cm}^2$
d) $24\sqrt{2}\text{cm}^2$

$$A = \frac{(8+4)3\sqrt{2}}{2} = 18\sqrt{2}$$



- 5p 5. În figura alăturată este reprezentat cercul cu centrul în punctul O și raza egală cu 3 cm. Punctul P este situat la o distanță de 6 cm de centrul cercului. Dreptele PA și PB sunt tangente la cerc în punctele A și B . Măsura arcului mic AB este egală cu:

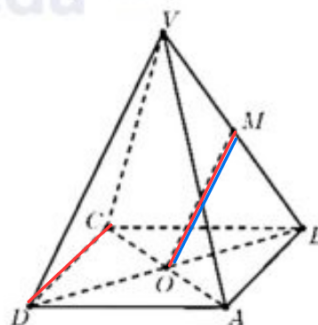
- a) 60°
b) 90°
c) 120°
d) 150°



- 5p 6. În figura alăturată este reprezentată piramida patrulateră regulată $VABCD$ cu baza $ABCD$, $VA=AB$ și O este punctul de intersecție a dreptelor AC și DB . Dacă punctul M este mijlocul segmentului VB , atunci măsura unghiului dreptelor OM și CD este egală cu:

- a) 0°
b) 30°
c) 45°
d) 60°

$$\begin{aligned} OM &\parallel VD \\ \angle(VD; CD) &= \angle VDC = 60^\circ \end{aligned}$$



SUBIECTUL al III-lea

Scris rezolvările complete.

(30 de puncte)

5p 1. Maria aranjează cărțile din bibliotecă și observă că dacă le grupează câte 8, câte 12 sau câte 18 îi rămân de fiecare dată 5 cărți.

(2p) a) Verifică dacă Maria poate avea în bibliotecă 53 de cărți. Justifică răspunsul dat.

$$53 : 8 = 6, r 5$$

$$53 : 12 = 4, r 5$$

$$53 : 18 = 2, r 17 \neq 5 \Rightarrow \text{nu poate avea}$$

5p (3p) b) Determină numărul cărților din biblioteca Mariei, știind că acesta este cel mai mic număr natural de trei cifre cu proprietățile din enunț.

$$m : 8 = c_1, r 5 \Rightarrow m = 8c_1 + 5$$

$$m : 12 = c_2, r 5 \Rightarrow m = 12c_2 + 5$$

$$m : 18 = c_3, r 5 \Rightarrow m = 18c_3 + 5$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} m-5 = 8c_1 \\ m-5 = 12c_2 \\ m-5 = 18c_3 \end{array} \right\} \Rightarrow m-5 \in M_{[8,12,18]} \Rightarrow m-5 \in M_{72}$$

$$\Rightarrow m-5 = 144 \Rightarrow m = 149$$

5p 2. Se consideră expresia $E(x) = (2x+3)^2 + (x-2)(x+2) - 3(1-x) + 2$, unde x este număr real.

(2p) a) Arată că $E(0) = 4$.

$$E(0) = 9 - 4 - 3 + 2 = 4$$

(3p) b) Arată că numărul $N = E(n) + 6$ este divizibil cu 10, pentru orice număr natural n .

$$E(m) = 4m^2 + 12m + 9 + m^2 - 4 - 3 + 3m + 2$$

$$= 5m^2 + 15m + 4$$

$$N = 5m^2 + 15m + 10 = 5 \cdot (m^2 + 3m + 2) = 5 \cdot \underbrace{(m+1)(m+2)}_{:2}$$

$$\Rightarrow N : 10$$

5p

3. Se consideră numărul natural \overline{abc} cu a, b, c cifre nenule, unde $a = 5 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right) - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}$ și

$$b = (3 \cdot 3^2 \cdot 3^3 \cdot 3^4) : 9^4 - 25^4 : 5^7.$$

(2p) a) Arată că $a = 3$.

$$a = 5 \cdot \frac{6}{6} - \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{1} = 5 - 2 = 3$$

(3p) b) Determină numărul \overline{abc} , știind că numerele \overline{ac} și \overline{cb} sunt direct proporționale cu numerele 4 și 3.

$$b = 3^{10} : (3^2)^4 - (5^2)^4 : 5^7 = 3^2 - 5 = 4$$

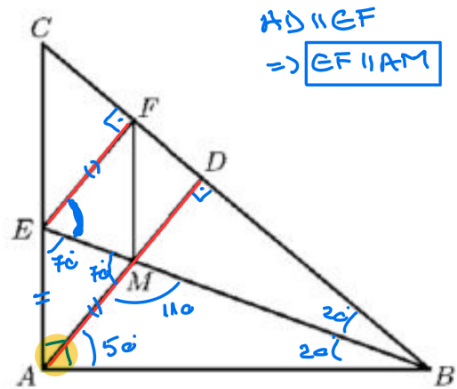
$$\frac{\overline{ac}}{4} = \frac{\overline{cb}}{3} \Rightarrow \frac{\overline{3a}}{4} = \frac{\overline{c4}}{3} \Rightarrow 3 \cdot (30 + c) = 4(10c + 4)$$

$$\Rightarrow 90 + 3c = 40c + 16 \Rightarrow 74 = 37c \Rightarrow \boxed{c = 2}$$

$$\overline{abc} = 342$$

- 5p 4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul dreptunghic ABC , cu $\angle A = 90^\circ$ și $\angle B = 40^\circ$. Semidreapta BE este bisectoarea unghiului ABC , punctul E aparține segmentului AC . Perpendiculara din punctul A pe BC intersectează dreapta BC în punctul D , iar perpendiculara din punctul E pe BC intersectează dreapta BC în punctul F . Dreptele BE și AD se intersectează în punctul M .
- (2p) a) Arată că măsura unghiului EMA este egală cu 70° .

$$EF \parallel AM \Rightarrow \angle FEM = \angle AME$$



$\triangle EFB$ și $\triangle EAB$

$$\angle EFB = \angle EAB (90^\circ)$$

$$EB = EB \text{ p. com}$$

$$\angle EBF = \angle EBA (20^\circ)$$

} $i_1 \Rightarrow$

- (3p) b) Arată că patrulaterul $AMFE$ este romb.

$$\Rightarrow \triangle EFB \cong \triangle EAB \Rightarrow EA = EF$$

$$\Rightarrow AM = EF$$

$$AM \parallel EF$$

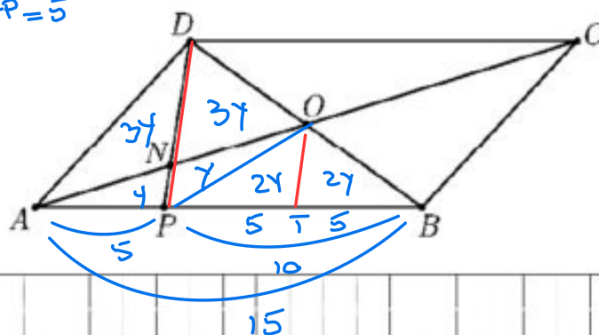
$\Rightarrow AMFE$ paralelogram

(EM - bis. $\angle AEF$)

$$\Rightarrow AEFM \text{ romb}$$

- 5p 5. În figura alăturată este reprezentat paralelogramul $ABCD$ cu $AB = 15$ cm. Punctul P aparține laturii AB , astfel încât $PB = 2AP$ și O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD .
(2p) a) Arată că lungimea segmentului AP este egală cu 5 cm.

$$3a = 15 \Rightarrow a = 5 \Rightarrow AP = 5$$



- (3p) b) Determină raportul dintre aria triunghiului ANP și aria triunghiului DNO , unde N este punctul de intersecție a dreptelor AC și DP .

$$OT \parallel DP \Rightarrow T \text{ mijl. lui } PB \Rightarrow PT = TB = 5$$

$$OT \text{ p. mijl. } \triangle BDP$$

$$\text{Im } \triangle POB, OT \text{ mediană} \Rightarrow A_{POT} = A_{TOB} = 2\gamma$$

$$\text{Im } \triangle AOT, OP \text{ mediană} \Rightarrow A_{APO} = A_{POT} = 2\gamma$$

$$\text{Im } \triangle ATO, P \text{ mijl. } AT \left. \begin{array}{l} PN \parallel OT \\ PN \parallel OT \end{array} \right\} \Rightarrow PN \text{ p. mijl.}$$

$$\Rightarrow N \text{ mijl. lui } AO$$

$$\text{Im } \triangle APO, PN \text{ mediană} \Rightarrow A_{APN} = A_{OPN} = \gamma$$

$$\text{Im } \triangle ADB, AO \text{ mediană} \Rightarrow A_{ADO} = A_{ABO} = 6\gamma$$

$$\text{Im } \triangle DAO, DN \text{ mediană} \Rightarrow A_{DAN} = A_{DNO} = 3\gamma$$

$$\frac{A_{ANP}}{A_{DNO}} = \frac{\gamma}{3\gamma} = \frac{1}{3}$$

5p 6. În figura alăturată este reprezentat cubul $ABCD A' B' C' D'$. Punctele M , N , P și Q sunt mijloacele segmentelor AA' , $A'D'$, DD' , respectiv AD .

(2p) a) Arată că $MN = PQ$.

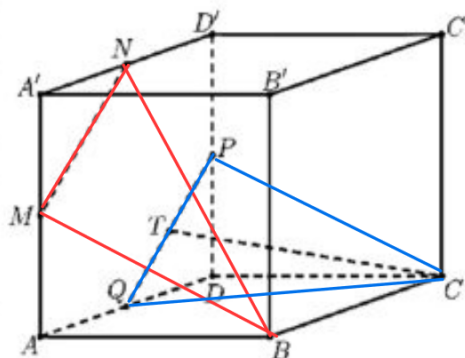
$$MN \text{ l.m. mijl.} \Rightarrow MN \parallel AD' \quad (1)$$

$$MN = \frac{AD'}{2}$$

$$PQ \text{ l.m. mijl.} \Rightarrow PQ \parallel AD' \quad (2)$$

$$PQ = \frac{AD'}{2}$$

$$\Rightarrow MN = PQ$$



(3p) b) Știind că punctul T este mijlocul segmentului PQ , demonstrează că dreapta CT este paralelă cu planul (MNB) .

$$CT \subset (CPQ)$$

$$\text{Dim (1)(2)} \Rightarrow MN \parallel PQ$$

$$\left. \begin{array}{l} P \text{ mijl. } D'D \\ M \text{ mijl. } A'A \end{array} \right\} \Rightarrow CP \parallel MB$$

$$CP \cap PQ = \{P\}$$

$$MN \cap MB = \{M\}$$

$$\Rightarrow (MNB) \parallel (CPQ)$$

$$CT \subset (CPQ)$$

$$\Rightarrow CT \parallel (MNB)$$