Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$a_2=\frac{a_1+a_3}{2}\Rightarrow 14=\frac{a_1+18}{2}$	**3p**
	$a_1=10$	**2p**
2.	$f(5)=7$	**2p**
	$(f\circ f)(5)=f(f(5))=f(7)=9$	**3p**
3.	$x^2+2x+1=1-x$, de unde obținem $x^2+3x=0$	**3p**
	$x=-3$ sau $x=0$	**2p**
4.	Cifra unităților se poate alege în 4 moduri	**2p**
	Pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor se poate alege în câte 4 moduri, deci se pot forma $4\cdot 4=16$ numere	**3p**
5.	$\overrightarrow{OA}=2\vec{i}+\vec{j}$, $\overrightarrow{AB}=(x_B-2)\vec{i}+(y_B-1)\vec{j}$, unde $B(x_B,y_B)$	**3p**
	$(x_B-2)\vec{i}+(y_B-1)\vec{j}=4\vec{i}+2\vec{j}$, de unde obținem $x_B=6$ și $y_B=3$	**2p**
6.	$AB=6$, $AC=6\sqrt{3}$	**2p**
	$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{6\cdot 6\sqrt{3}}{2}=18\sqrt{3}$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$B(1)=\begin{pmatrix}2&0&0\\0&1&1\\0&1&1\end{pmatrix}\Rightarrow \det(B(1))=\begin{vmatrix}2&0&0\\0&1&1\\0&1&1\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=2+0+0-0-2-0=0$	**3p**
b)	$B(x)\cdot B(y)-B(x+y)=\begin{pmatrix}2^{x+y}&0&0\\0&1+xy&y+x\\0&x+y&xy+1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2^{x+y}&0&0\\0&1&x+y\\0&x+y&1\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&xy&0\\0&0&xy\end{pmatrix}=xyA$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
c)	$B(x)\cdot B(x+1)=B(2x+1)+(x^2+x)A$, $B(2x)\cdot B(1)=B(2x+1)+2xA$, de unde obținem $B(x)\cdot B(x+1)-B(2x)\cdot B(1)=(x^2-x)A$, pentru orice număr real x	**3p**
	$(x^2-x)A=xA$, de unde obținem $x=0$ sau $x=2$	**2p**
2.a)	$f(1)=1^3+a\cdot 1^2+1+2-a=$	**3p**
	$=1+a+1+2-a=4$, pentru orice număr real a	**2p**

b)	$f = X^3 + 2X^2 + X = X\left(X^2 + 2X + 1\right)$	**2p**
	Rădăcinile polinomului sunt $x_1 = x_2 = -1$ și $x_3 = 0$	**3p**
c)	$x_1x_2x_3 = -2 + a$, $\left(x_1 - x_1^2\right)\left(x_2 - x_2^2\right)\left(x_3 - x_3^2\right) = x_1x_2x_3\left(1 - x_1\right)\left(1 - x_2\right)\left(1 - x_3\right) = \left(-2 + a\right) f\left(1\right)$	**3p**
	$4\left(-2 + a\right) = 4$, de unde obținem $a = 3$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = \left(x^2 - 2\right)' e^{2x} + \left(x^2 - 2\right)\left(e^{2x}\right)' =$	**2p**
	$= 2xe^{2x} + \left(x^2 - 2\right) \cdot 2e^{2x} = 2e^{2x}\left(x^2 + x - 2\right)$, $x \in \mathbb{R}$	**3p**
b)	$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{f'(x)} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^2 - 2}{2\left(x^2 + x - 2\right)} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^2\left(1 - \frac{2}{x^2}\right)}{2x^2\left(1 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}\right)} =$	**3p**
	$= \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1 - \frac{2}{x^2}}{2\left(1 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}\right)} = \dfrac{1}{2}$	**2p**
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2$ sau $x = 1$; pentru orice $x \in \left(-\infty, -2\right]$, $f'(x) \geq 0$, deci f este crescătoare pe $\left(-\infty, -2\right]$; pentru orice $x \in \left[-2, 1\right]$, $f'(x) \leq 0$, deci f este descrescătoare pe $\left[-2, 1\right]$ și pentru orice $x \in \left[1, +\infty\right)$, $f'(x) \geq 0$, deci f este crescătoare pe $\left[1, +\infty\right)$	**3p**
	Cum $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$, $f(1) = -e^2$ și f este continuă, imaginea funcției f este $\left[-e^2, +\infty\right)$	**2p**
2.a)	$\int_{-1}^{1} \left(f(x) - 6x^2\right) dx = \int_{-1}^{1} \left(x^4 + 1\right) dx = \left(\dfrac{x^5}{5} + x\right)\Big\|_{-1}^{1} =$	**3p**
	$= \dfrac{1}{5} + 1 + \dfrac{1}{5} + 1 = \dfrac{12}{5}$	**2p**
b)	$\int_{1}^{6} \dfrac{x^3}{f(x) - 1} dx = \int_{1}^{6} \dfrac{x}{x^2 + 6} dx = \dfrac{1}{2} \int_{1}^{6} \dfrac{\left(x^2 + 6\right)'}{x^2 + 6} dx = \dfrac{1}{2} \ln\left(x^2 + 6\right)\Big\|_{1}^{6} =$	**3p**
	$= \dfrac{\ln 42}{2} - \dfrac{\ln 7}{2} = \dfrac{\ln 6}{2}$	**2p**
c)	$\lim\limits_{x \to 0} \left(\dfrac{1}{x^3} \int_{0}^{x} \left(f(2t) - f(t)\right) dt\right) = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\left(\int_{0}^{x} \left(f(2t) - f(t)\right) dt\right)'}{\left(x^3\right)'} = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(2x) - f(x)}{3x^2} =$	**3p**
	$= \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{15x^4 + 18x^2}{3x^2} = \lim\limits_{x \to 0} \left(5x^2 + 6\right) = 6$	**2p**